Α1 - Εξισώσεις

Τι ονομάζουμε εξίσωση;

Εξίσωση ονομάζουμε μια ισότητα που περιέχει γνωστούς αριθμούς και μεταβλητές.

Τι ονομάζουμε λύση μιας εξίσωσης;

Λύση μιας εξίσωσης ονομάζουμε τον αριθμό εκείνο, που επαληθεύει την εξίσωση. Δηλαδή, τον αριθμό που όταν τον βάλουμε στη θέση του αγνώστου και κάνουμε τις πράξεις, τότε και στα δύο μέλη θα βγει ο ίδιος αριθμός.

Ποια βήματα ακολουθούμε για να λύσουμε μια εξίσωση;

ΒΗΜΑ 1: Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών.

ΒΗΜΑ 2: Κάνουμε απαλοιφή παρενθέσεων.

ΒΗΜΑ 3: Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.

ΒΗΜΑ 4: Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

ΒΗΜΑ 5: Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου.

Ποια εξίσωση ονομάζουμε αδύνατη;

Αδύνατη θα λέγεται μια εξίσωση που δεν έχει καμία λύση. Μια εξίσωση που είναι αδύνατη έχει τη μορφή:

$$0 \cdot x = \beta$$

όπου το β είναι κάποιος αριθμός διαφορετικός από το μηδέν.

- **Ποια εξίσωση ονομάζουμε αόριστη ή ταυτότητα;**

Ταυτότητα θα λέγεται μια εξίσωση που έχει για λύσεις όλους τους πραγματικούς αριθμούς. Μια εξίσωση που είναι ταυτότητα έχει τη μορφή:

$$\mathbf{0 \cdot x = 0}$$

Α2 - Πραγματικοί Αριθμοί

- **Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;**

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ονομάζουμε έναν θετικό αριθμό x, που όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό α.

Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.

- **Ποιες ιδιότητες πρέπει να ξέρω για την τετραγωνική ρίζα;**

1. Αν $\alpha \geq 0$ τότε $\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 = \alpha$.

2. $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$

3. $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$

- **Ποιες είναι οι τετραγωνικές ρίζες που συναντάμε συχνότερα;**

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{49} = 7$	

$\sqrt{121}=11$	$\sqrt{225}=15$	$\sqrt{361}=19$
$\sqrt{144}=12$	$\sqrt{256}=16$	$\sqrt{400}=20$
$\sqrt{169}=13$	$\sqrt{289}=17$	$\sqrt{625}=25$
$\sqrt{196}=14$	$\sqrt{324}=18$	

Α3 - Συναρτήσεις

- **Τι ονομάζουμε συνάρτηση;**

Συνάρτηση ονομάζουμε μια σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών x και y, με την οποία κάθε τιμή της μεταβλητής x αντιστοιχίζεται σε **μία μόνο** τιμή της μεταβλητής y.

- **Πώς ονομάζεται καθεμία από τις δύο συντεταγμένες ενός σημείου (x, y) και σε ποιον άξονα αντιστοιχούν;**

Η πρώτη συντεταγμένη ονομάζεται **τετμημένη** και αντιστοιχεί στον οριζόντιο άξονα. Η δεύτερη ονομάζεται **τεταγμένη** και αντιστοιχεί στον κατακόρυφο άξονα.

- **Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;**

Έστω ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x. Ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτή το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y).

- **Τι γνωρίζουμε για τη συνάρτηση $y = \alpha \cdot x$;**

  - Αντιστοιχεί σε ανάλογα ποσά.
  - Έχει γραφική παράσταση μία ευθεία γραμμή.

- Η ευθεία αυτή διέρχεται απ' την αρχή των αξόνων.
- Το α ονομάζεται κλίση της ευθείας και είναι ίσο με το λόγο $\frac{y}{x}$.
- Αν το α είναι θετικός αριθμός, τότε η ευθεία βρίσκεται στο $1^{ο}$ και στο $3^{ο}$ τεταρτημόριο, ενώ αν είναι αρνητικός αριθμός βρίσκεται στο $2^{ο}$ και $4^{ο}$ τεταρτημόριο.

● Τι γνωρίζουμε για τη συνάρτηση $y = α \cdot x + β$ $(β \neq 0)$;

- Έχει γραφική παράσταση ευθεία γραμμή.
- Είναι παράλληλη στην ευθεία $y = α \cdot x$.
- Διέρχεται απ' το σημείο (0, β) στον άξονα $y'y$.
- Κάθε εξίσωση της μορφής $αx + βy = γ$, με $α \neq 0$ ή $β \neq 0$ παριστάνει ευθεία. Αρκεί να τη λύσουμε ως προς y.

● Τι γνωρίζουμε για τη συνάρτηση $y = \frac{α}{x}$ $(α \neq 0, x \neq 0)$;

- Αντιστοιχεί σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά.
- Έχει γραφική παράσταση καμπύλη, που ονομάζεται **υπερβολή**.
- Η υπερβολή αποτελείται από δύο κλάδους, οι οποίοι πλησιάζουν ασταμάτητα τους άξονες χωρίς ποτέ να τους τέμνουν.
- Αν το α είναι θετικός αριθμός, τότε οι δύο κλάδοι της υπερβολής βρίσκονται στο $1^{ο}$ και στο $3^{ο}$ τεταρτημόριο. Αν το α είναι αρνητικός αριθμός τότε οι κλάδοι βρίσκονται στο $2^{ο}$ και στο $4^{ο}$ τεταρτημόριο.
- Η γραφική παράσταση έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων και **άξονες συμμετρίες** τις διχοτόμους των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες $y = x$ και $y = -x$.

Γ1 - Εμβαδά & Πυθαγόρειο Θ.

Ποιες είναι οι βασικές μονάδες μέτρησης των εμβαδών;

Οι βασικές μονάδες μέτρησης των εμβαδών είναι (από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη):

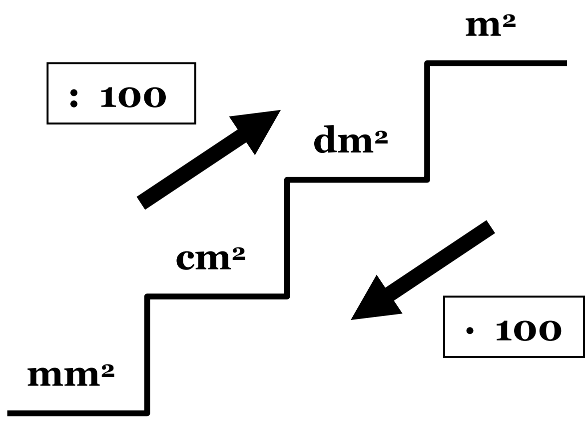
1. **τετραγωνικά μέτρα** (τ.μ ή m^2)
2. **τετραγωνικά δεκατόμετρα** (τ.δεκ ή dm^2)
3. **τετραγωνικά εκατοστά** (τ.εκ ή cm^2)
4. **τετραγωνικά χιλιοστά** (τ.χιλ ή mm^2)

Μια ακόμη μονάδα, για μεγάλες επιφάνειες, είναι τα **στρέμματα**.

1 στρέμμα = 1000 τετραγωνικά μέτρα

Πώς μετατρέπω τα εμβαδά από τη μία μονάδα στην άλλη;

Βοηθάει να θυμάμαι τις μονάδες μέτρησης πάνω σε μια «σκάλα»:



1. Όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μεγαλύτερη μονάδα σε μικρότερη (δηλαδή όταν κατεβαίνουμε τη σκάλα) τότε κάνουμε πολλαπλασιασμό.

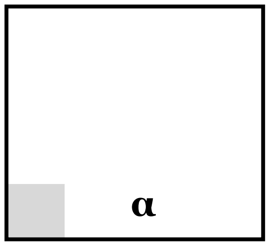
2. Όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μικρότερη μονάδα σε μεγαλύτερη (δηλαδή όταν ανεβαίνουμε τη σκάλα) τότε κάνουμε διαίρεση.

3. Για κάθε σκαλοπάτι που ανεβαίνουμε πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με το 100.

- **Πώς βρίσκουμε το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά α;**

Το εμβαδό τετραγώνου πλευράς α ισούται με το τετράγωνο του α.

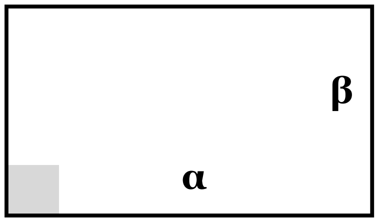
Ε = α^2



- **Πώς βρίσκουμε το εμβαδό ορθογωνίου με πλευρές α και β;**

Το εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές (ή διαστάσεις) α και β ισούται με το γινόμενο των πλευρών του.

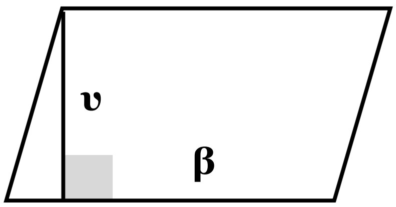
Ε = α · β (α = μήκος, β = πλάτος)
Ε = β · υ (β = βάση, υ = ύψος)



- **Πώς βρίσκουμε το εμβαδό παραλληλογράμμου;**

Το εμβαδό ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο της βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

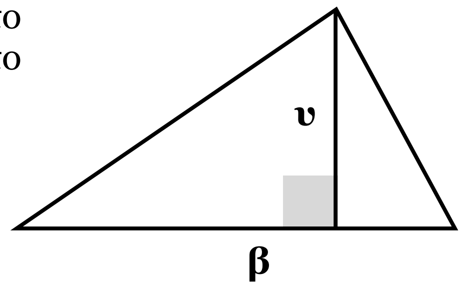
Ε = β · υ (β = βάση, υ = ύψος)



Πώς βρίσκουμε το εμβαδό τριγώνου (γενικά);

Το εμβαδό ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

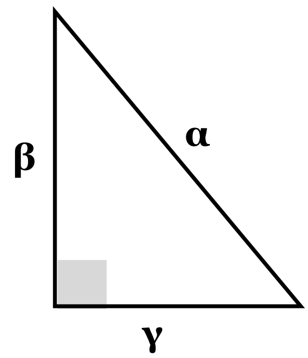
$\mathbf{E} = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\upsilon}$ (β = βάση, υ = ύψος)



Πώς βρίσκουμε το εμβαδό ορθογωνίου τριγώνου;

Το εμβαδό ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.

$\mathbf{E} = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\gamma}$ (β, γ = κάθετες πλευρές)

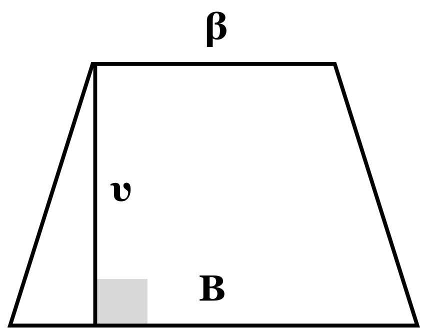


Πώς βρίσκουμε το εμβαδό τραπεζίου;

Το εμβαδό ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του με το ύψος.

$$\mathbf{E} = \frac{(\mathbf{B} + \boldsymbol{\beta}) \cdot \boldsymbol{\upsilon}}{2}$$

(Β = μεγάλη βάση, β = μικρή βάση, υ = ύψος)



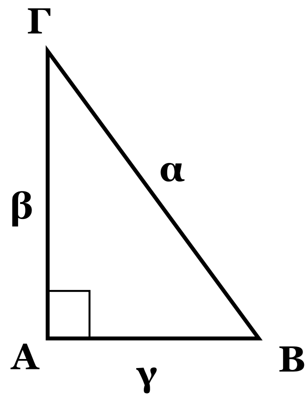
- **Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.**

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών.

$$\mathbf{\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2}$$

ή

$$\mathbf{B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2}$$



- **Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.**

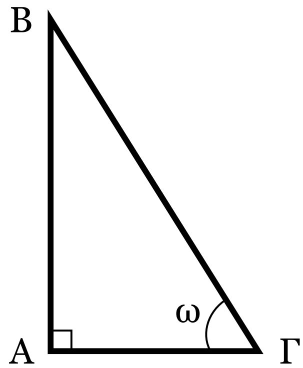
Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και η ορθή γωνία βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά.

Γ2 - Τριγωνομετρία

- **Τι ονομάζουμε ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;**

Ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζουμε το σταθερό λόγο (= κλάσμα), που σχηματίζεται αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά προς την υποτείνουσα.

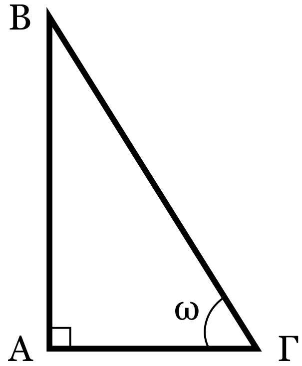
$$\textbf{ημω} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{AB}{B\Gamma}$$



- **Τι ονομάζουμε συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;**

Συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζουμε το σταθερό λόγο (= κλάσμα), που σχηματίζεται αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά προς την υποτείνουσα.

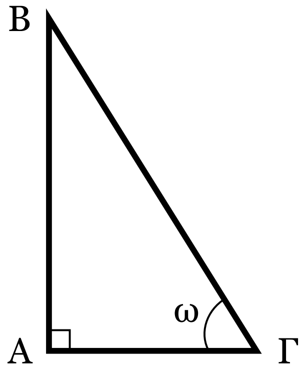
$$\textbf{συνω} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{ΑΓ}{ΒΓ}$$



- **Τι ονομάζουμε εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;**

Εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζουμε το σταθερό λόγο (= κλάσμα), που σχηματίζεται αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά προς την προσκείμενη κάθετη πλευρά.

$$\textbf{εφω} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{ΑΒ}{ΑΓ}$$



- **Ποιους ονομάζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας γωνίας ω;**

Έτσι ονομάζονται το **ημίτονο**, το **συνημίτονο** και η **εφαπτομένη**.

- **Τι γνωρίζουμε για τις τιμές που μπορούν να πάρουν το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω;**

Το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας είναι πάντα θετικοί αριθμοί και μικρότερα της μονάδας.

$$\mathbf{0 < ημω < 1} \quad \text{και} \quad \mathbf{0 < συνω < 1}$$

- **Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των βασικών γωνιών 30ο, 45ο και 60ο ;**

	30ο	45ο	60ο
ημ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συν	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Γ3 - Μέτρηση Κύκλου

- **Ποια γωνία ονομάζουμε εγγεγραμμένη σε έναν κύκλο (Ο, ρ);**

Εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο (Ο, ρ) ονομάζουμε μια γωνία $x\hat{A}y$ που η κορυφή της Α ανήκει στον κύκλο (Ο, ρ) και οι πλευρές της Αx, Αy τέμνουν τον κύκλο.

Σημείωση: *Θυμίζουμε ότι κύκλος (Ο, ρ) σημαίνει κύκλος με κέντρο ένα σημείο Ο και ακτίνα ρ.*

- **Τι γνωρίζετε για τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο;**

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

- **Τι γνωρίζετε για τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο ή σε ίσα τόξα;**

Οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.

- **Τι γνωρίζετε για τη σχέση μιας εγγεγραμμένης γωνίας με το αντίστοιχο τόξο της;**

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

- **Τι γνωρίζετε για τη σχέση μια εγγεγραμμένη γωνίας με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία;**

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.

- **Ποιο πολύγωνο ονομάζουμε κανονικό;**

Κανονικό ονομάζουμε ένα πολύγωνο που έχει ίσες όλες του τις πλευρές και όλες του τις γωνίες.

- **Πώς υπολογίζουμε την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού ν-γώνου;**

Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού ν-γώνου είναι ίση με: $\boldsymbol{\omega = \frac{360}{\nu}}$

- **Πώς υπολογίζουμε τη γωνία φ ενός κανονικού ν-γώνου;**

Η γωνία φ ενός κανονικού ν-γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας του ν-γώνου, δηλαδή: $\boldsymbol{\varphi = 180 - \omega}$

Σημείωση: *Θυμίζουμε ότι δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές όταν έχουν άθροισμα 180^o .*

- **Πώς υπολογίζουμε το μήκος ενός κύκλου ακτίνας ρ;**

Το μήκος L ενός κύκλου ακτίνας ρ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{L = 2 \cdot \pi \cdot \rho} \quad \text{ή} \quad \mathbf{L = \pi \cdot \delta}$$

όπου **π = 3,14** και **δ = διάμετρος** του κύκλου.

- **Πώς υπολογίζουμε το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ;**

Το εμβαδόν Ε ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ ισούτα με: $\mathbf{E = \pi \cdot \rho^2}$

- **Πώς υπολογίζουμε το μήκος τόξου μ°;**

Το μήκος ℓ ενός τόξου μ°, σε κύκλο ακτίνας ρ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\ell = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \mu}{180}$$

- **Πώς υπολογίζουμε το εμβαδό κυκλικού τομέα μ°;**

Το εμβαδό κυκλικού ε ενός κυκλικού τομέα μ°, σε κύκλο ακτίνας ρ , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{\pi \cdot \rho^2 \cdot \mu}{360}$$